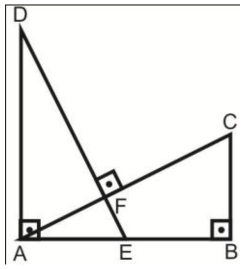
$1^{\underline{A}}$ AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA DA UNIDADE II-2013
COLÉGIO ANCHIETA-BA
ELABORAÇÃO: PROF. ADRIANO CARIBÉ e WALTER PORTO.
RESOLUÇÃO: PROFA, MARIA ANTÔNIA C. GOUVEIA

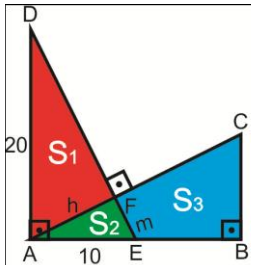
QUESTÃO 01

Sejam ABC e ADE dois triângulos retângulos congruentes, com AB = AD =20 cm e AE = BC = 10 cm, conforme figura abaixo. Calcule, em cm^2, a área do pentágono côncavo ABCFD.



01) 200
02) 190
03) 185
04) 180
05) 175

RESOLUÇÃO:



A área do pentágono côncavo ABCFD é igual à soma:
$S_1 + S_2 + S_3$.
$S_{ADE} + S_{ABC} = (S_1+S_2 + S_3) + S_2 \Rightarrow$
$S_{ABCFD} = S_{ADE} + S_{ABC} - S_2$.
Considerando o triângulo retângulo DAE, tem-se:

- DE = $\sqrt{400+100} = 10\sqrt{5}$.
- $10\sqrt{5}h = 10\times 20 \Rightarrow h = \dfrac{200}{10\sqrt{5}} \Rightarrow h = 4\sqrt{5}$.
- $\dfrac{m}{h} = \dfrac{AE}{AD} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow m = 2\sqrt{5}$.

Logo $S_{ABCFD} = 2\times\dfrac{10\times 20}{2} - \dfrac{2\sqrt{5}\times 4\sqrt{5}}{2} = 200 - 20 = 180$

RESPOSTA: Alternativa 04.

QUESTÃO 02 - (UFRN)

Considere, a seguir, uma tabela com as notas de quatro alunos em três avaliações e a matriz M formada pelos dados dessa tabela.

	Avaliação1	Avaliação2	Avaliação3
Thiago	8	9	6
Maria	6	8	7
Sônia	9	6	6
André	7	8	9

$$M = \begin{pmatrix} 8 & 9 & 6 \\ 6 & 8 & 7 \\ 9 & 6 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

O produto $\dfrac{1}{3}M\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ corresponde à média

01) de todos os alunos na Avaliação 3.
02) de cada avaliação.
03) de cada aluno nas três avaliações.
04) de todos os alunos na Avaliação 2.
05) de todos os alunos na Avaliação 1.

RESOLUÇÃO:

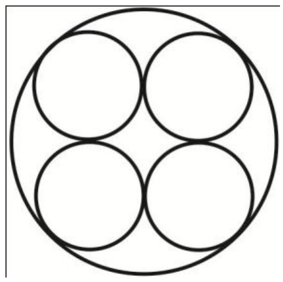
Sendo $M=\begin{pmatrix}8&9&6\\6&8&7\\9&6&6\\7&8&9\end{pmatrix}$, então $\frac{1}{3}M\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ = $\frac{1}{3}\begin{pmatrix}8&9&6\\6&8&7\\9&6&6\\7&8&9\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{8+9+6}{3}\\\frac{6+8+7}{3}\\\frac{9+6+6}{3}\\\frac{7+8+9}{3}\end{pmatrix}$, que corresponde à média de cada aluno nas três avaliações.

RESPOSTA: Alternativa 03.

<u>QUESTÃO 03</u>

Na figura ao lado se R é o raio da circunferência maior e as circunferências menores tem o mesmo raio, então o raio r das circunferências menores é:

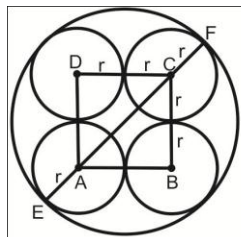
01) $r=\frac{R\sqrt{2}}{2}$
02) $r=\frac{R\sqrt{2}}{3}$
03) $r=R\sqrt{2}$
04) $r=R\left(\sqrt{2}+1\right)$
05) $r=R\left(\sqrt{2}-1\right)$



RESOLUÇÃO:

A diagonal do quadrado ABCD mede $2r\sqrt{2}$, EF = 2R.
Na figura vê-se que EF – AC = 2r $\Rightarrow$ $2R-2r\sqrt{2}=2r\Rightarrow$

$$\Rightarrow 2r\sqrt{2}+2r=2R\Rightarrow r(\sqrt{2}+1)=R\Rightarrow r=\frac{R}{\sqrt{2}+1}\Rightarrow r=R(\sqrt{2}-1)$$



RESPOSTA: Alternativa 05.

<u>QUESTÃO 04</u> - (UDESC SC)

Considere as matrizes $A=\begin{bmatrix}x+1&x^2\\2&-x\end{bmatrix}$ e $B=\begin{bmatrix}3&2\\1&1\end{bmatrix}$. Se I representa a matriz identidade de ordem dois, então o produto entre todos os valores de x∈R que satisfazem a equação det(A·B) + det(B + I) = det(2BT) é igual a:

01) $-\frac{4}{3}$ 02) $-\frac{2}{3}$ 03) $\frac{3}{2}$ 04) $\frac{5}{2}$ 05) $-\frac{1}{3}$

RESOLUÇÃO:

det(A·B) + det(B + I) = det(2BT) $\Rightarrow$ det(A)·det(B) + det(B + I) = 22. det(B) $\Rightarrow$

$$\begin{vmatrix} x+1 & x^2 \\ 2 & -x \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 4. \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow \left(-x^2 - x - 2x^2\right)1 + 6 = 4 \Rightarrow 3x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow$$

o produto entre todos os valores de $x \in R$ que satisfazem a equação é $-\frac{2}{3}$

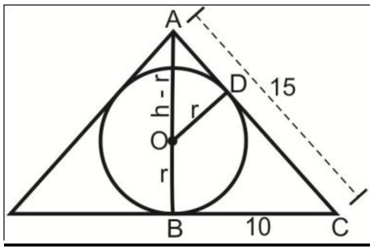
RESPOSTA: Alternativa 02.

<u>QUESTÃO 05</u>

Uma esfera cuja área total tem x π cm^2 está inscrita num cone reto cujo diâmetro da base mede 20 cm e a geratriz 15 cm. Sendo assim é correto afirmar que:

01) x é menor que 63
02) x é maior que 63 e menor que 68
03) x é maior que 68 e menor que 73
04) x é maior que 73 e menor que 78
05) x é maior que 78

RESOLUÇÃO:



$AB = h = \sqrt{225-100} = 5\sqrt{5}$

Os triângulos ABC e ADO são semelhantes:

$\frac{r}{5\sqrt{5}-r} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3r = 10\sqrt{5} - 2r \Rightarrow r = 2\sqrt{5}$.

$S_{esfera} = 4\pi\left(2\sqrt{5}\right)^2 \Rightarrow S_{esfera} = 320\pi \Rightarrow x = 320$

RESPOSTA: Alternativa 05.

<u>QUESTÃO 06</u> (UNIOESTE PR)

A equação $\begin{vmatrix} x^2 & 0 & x & -1/10 \\ 7{,}5 & 0 & 5 & 2 \\ 10 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ possui duas raízes. A respeito destas raízes pode-se afirmar que:

01) uma delas é nula.
02) sua soma é 1.
03) seu produto é 1.
04) sua soma é –1.
05) seu produto é –1.

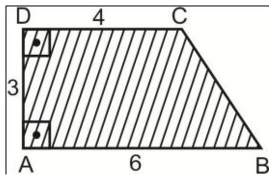
RESOLUÇÃO:

$$\begin{vmatrix} x^2 & 0 & x & -1/10 \\ 7{,}5 & 0 & 5 & 2 \\ 10 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 1.(-1)^{4+2} \begin{vmatrix} x^2 & x & -\frac{1}{10} \\ 7{,}5 & 5 & 2 \\ 10 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 10x^2 - 3 + 20x + 5 - 8x^2 - 15x = 0 \Rightarrow$$

$2x^2 + 5x + 2 = 0 \Rightarrow$ o produto das duas raízes é 1. **RESPOSTA: Alternativa 03.**

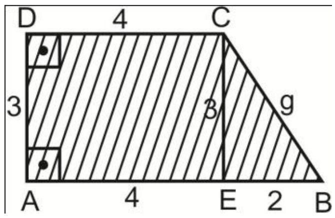
<u>QUESTÃO 07</u>

Calcule o volume do sólido gerado pela revolução completa do trapézio ABCD, em torno do lado $\overline{AD}$.
Calcule V.



01) 70π u.v.
02) 76π u.v.
03) 82π u.v.
04) 88π u.v.
05) 90π u.v.

RESOLUÇÃO:



A revolução completa do trapézio ABCD, em torno do lado $\overline{AD}$ vai gerar um tronco de cone no qual os raios das bases medindo 4 e 6 e cuja geratriz é o segmento $\overline{BC}$, cuja medida é $g = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$.

O volume do tronco é dado por V = $\frac{\pi h}{3}\left(R^2 + Rr + r^2\right)$

Então, V = $\frac{3\pi}{3}\left(36+24+16\right) = 76\pi \Rightarrow V = 76\pi$

RESPOSTA: Alternativa 02.

<u>QUESTÃO 08</u>- (UFSC)
Assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).

I. Considere uma progressão aritmética de k termos positivos, cujo primeiro termo a é igual à razão. O produto dos k termos desta progressão é o número $P = a^k\, k!$, sendo $k! = k\cdot(k-1)\cdot(k-2)\cdot\ldots\cdot 2\cdot 1$

II. Considere uma progressão aritmética (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9). Com os termos desta progressão construímos a matriz A = $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{bmatrix}$ A matriz A construída desta forma é inversível.

III. Seja A uma matriz real quadrada de ordem n e B = I – A, onde I denota a matriz identidade de ordem n. Supondo que A é idempotente (isto é, $A^2 = A$), podemos concluir que B também é uma matriz idempotente.

É correto dizer que:
01) Existe apenas uma afirmação correta
02) Somente as afirmações I e II estão corretas
03) Somente as afirmações I e III estão corretas
04)Somente as afirmações II e III estão corretas
05) Todas as afirmações estão corretas ou todas são falsas.

RESOLUÇÃO:

I. Pode-se representar a progressão aritmética como: $(a, 2a, 3a, 4a\ldots, ka)$.
O produto dos *k* termos desta progressão é o número
P = $a\times 2a\times 3a\times 4a\times\ldots\times ka = a^k\times(1\times 2\times 3\times 4\times\ldots k) = a^k\times k!$ **(VERDADEIRA)**

II. FALSA. Se a PA for constante, o determinante da matriz A é zero, e não será inversível

III. VERDADEIRA. $B^2 = (I - A)^2 = I^2 - IA - AI + A^2 = I - A - A + A = I - A = B$, logo B é idempotente.

RESPOSTA: Alternativa 03.
/

<u>QUESTÃO 09</u> (UFBA-04 / ADAPTADA)
Uma empresa fabrica copos plásticos para refrigerante e café. Os copos têm a forma de tronco de cone e são semelhantes. O copo de refrigerante mede 9,5 cm de altura e tem capacidade para 480 ml.
Sabendo-se que o copo de café tem 3,8 cm de altura, determine a sua capacidade em mililitros, aproximando o resultado para o número inteiro mais próximo.

01) 21 02) 31 03) 23 04) 33 05) 35

RESOLUÇÃO:

Como os copos são semelhantes,

$$\frac{V_{\text{copocafé}}}{V_{\text{coporefrigerante}}} = \left(\frac{h}{H}\right)^3 \Rightarrow \frac{x}{480} = \left(\frac{3,8}{9,5}\right)^3 \Rightarrow \frac{x}{480} = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \Rightarrow 125x = 3840 \Rightarrow x = 30,72$$

RESPOSTA: Alternativa 02.

<u>QUESTÃO 10</u> - (UEPB-Modificada)
Sendo $2A = \begin{pmatrix} m & n \\ 2 & -10 \end{pmatrix}$ e A uma matriz inversível com inversa A^{-1}, suponha que $\det A^{-1} = -\frac{1}{6}$, podemos afirmar que:

01) 5m + n = –12
02) 5m – n = 12
03) 5m + n = 12
04) m + n = 12
05) n – 5m = 12

RESOLUÇÃO:

Se $\det A^{-1} = -\frac{1}{6} \Rightarrow \det A = -6 \Rightarrow$

$$\det(2A) = \begin{vmatrix} m & n \\ 2 & -10 \end{vmatrix} \Rightarrow -10m - 2n = 2^2\times\det A \Rightarrow -24 = -10m - 2n \Rightarrow 5m + n = 12$$

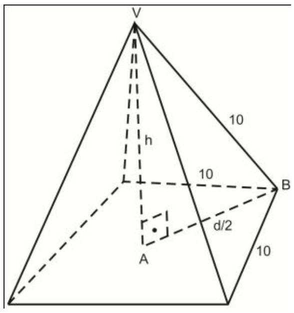
RESPOSTA: Alternativa 03.

QUESTÃO 11

Uma pirâmide quadrangular regular tem faces laterais que são triângulos equiláteros de lado 10 cm . Calcule, entre as opções abaixo, o número inteiro que mais se aproxima do volume, em cm^3 , desta pirâmide .

01) 218 02) 227 03) 236 04) 245 05) 254

RESOLUÇÃO:



A medida AB = d/2 = $\frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$.

A altura da pirâmide é $h = \sqrt{100 - (5\sqrt{2})^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.

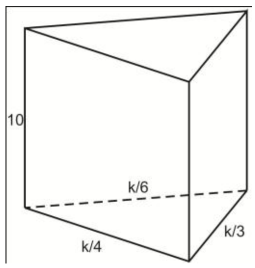
O volume da pirâmide é $V = \frac{1}{3}\left(100 \times 5\sqrt{2}\right) = \frac{500\sqrt{2}}{3} \cong 235.66 \cong 236$

RESPOSTA: Alternativa 03.

QUESTÃO 12

As arestas da base de um prisma triangular reto são inversamente proporcionais aos números 3, 4 e 6. Sabendo que a altura deste prisma mede 10cm e que sua área lateral é 180 cm^2 , calcule o seu volume .

01) 130 cm^3 02) 120 cm^3 03) $15\sqrt{30}$ cm^3 04) $30\sqrt{15}$ cm^3 05) NRA



Considerando as medidas das arestas da base do prisma como sendo x, y e z, tem-se $\frac{x}{\frac{1}{3}} = \frac{y}{\frac{1}{4}} = \frac{z}{\frac{1}{6}} = k \Rightarrow x = \frac{k}{3};\ y = \frac{k}{4};\ z = \frac{k}{6}$

A área lateral de um prisma é dada pela relação $S_L = 2p \times h$.

$$\left(\frac{k}{3} + \frac{k}{4} + \frac{k}{6}\right) \times 10 = 180 \Rightarrow \frac{9k}{12} = 18 \Rightarrow k = 24 \Rightarrow x = 8,\quad y = 6 \quad e \quad z = 4 \Rightarrow$$

$$V_{prisma} = \sqrt{\frac{18}{2}(9-8)(9-6)(9-4)} \times 10 = 10\sqrt{9 \times 1 \times 3 \times 5} = 30\sqrt{15}$$

RESPOSTA: Alternativa 04.