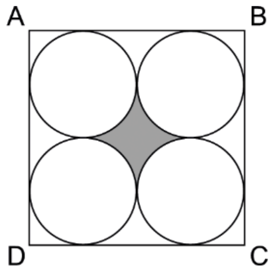
RESOLUÇÃO DA 2ª AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA
3 EM -U1-2017

PESQUISA: PROF. ADRIANO CARIBÉ E PROF. WALTER PORTO.

RESOLUÇÃO: PROFRA. MARIA ANTÔNIA CONCEIÇÃO GOUVEIA.

Questão 01.

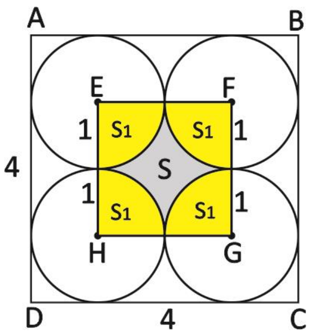
Na figura, tem-se o esboço de uma seção transversal de uma caixa de base quadrada, contendo quatro embalagens cilíndricas de um medicamento. Além disso, sabe-se que a área da base da caixa mede 16 cm² e que as embalagens são tangentes, duas a duas, e tangentes às faces laterais da caixa.



Com base nessas informações, é correto afirmar que a área da região sombreada na figura, em cm², mede

A) $3(\pi - 1)$ B) $4(4 - \pi)$ C) $4 - \pi$ D) $8 - \pi$ E) $2\pi - 3$

RESOLUÇÃO:

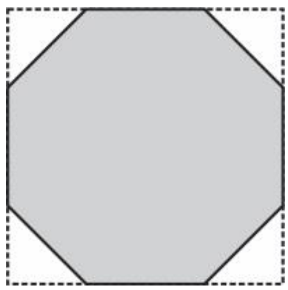


Ligando os centros dos quatro círculos determina-se o quadrado EFGH cujo lado é metade do lado do quadrado ABCD.
Sendo S_{ABCD} = 16 cm², seu lado mede 4cm.
Então o lado do quadrado EFGH mede 2cm e o raio de cada círculo mede 1cm.
Analisando a figura, conclui-se que sua área, em cm², é: $S_{EFGH} = 4.S_1 + S \Rightarrow$

$$4 = 4 \times \frac{1.\pi}{4} + S \Rightarrow 4 = \pi + S \Rightarrow S = 4 - \pi$$

RESPOSTA: Alternativa C.

Questão 02.

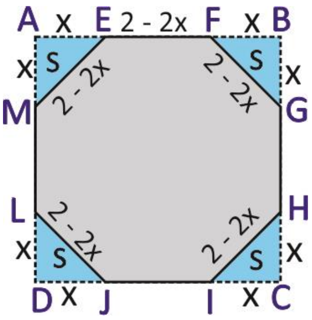


Para transformar o tampo quadrado de uma mesa, com 4 m^2 de área, em um octogonal regular, optou-se por retirar de cada canto do quadrado um pedaço na forma de um triângulo isósceles, como indicado na figura.

Nessas condições, considerando $\sqrt{2}$ = 1,41, pode-se afirmar que o tampo da nova mesa terá área, em m^2, igual a:

A) 3,65 B) 3,56 C) 3,42 D) 3,39 E) 3,28

RESOLUÇÃO:



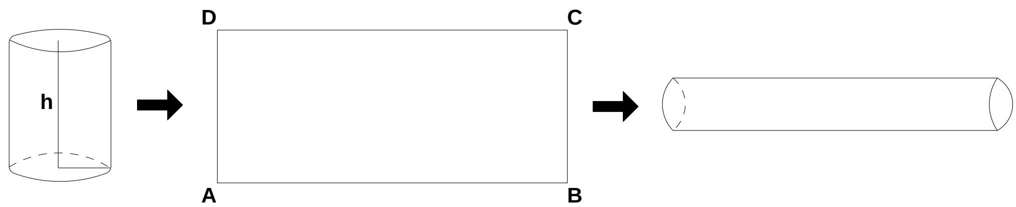
Como o quadrado tem área de 4 m^2, seus lados medem2 cm.
A figura conduz à conclusão que cada um dos triângulos retângulos e isósceles retirados dos cantos do tampo quadrado são congruentes de lado x.
O hexágono EFGHIJLM é regular, assim seus lados medem 2 – 2x,
Aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo AEM:
$(2-2x)^2 = 2x^2 \Rightarrow 4 - 8x + 4x^2 = 2x^2 \Rightarrow 2x^2 - 8x + 4 = 0 \Rightarrow$
$x^2 - 4x + 2 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16-8}}{2} \Rightarrow x = \dfrac{4 \pm \sqrt{8}}{2} \Rightarrow x = \dfrac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = 2 - \sqrt{2}$
(*O valor* $2+\sqrt{2}$ *não satisfaz à medida do lado do hexágono*).

$S_{hexágono} = S_{ABCD} - 4.\,S \Rightarrow S_{hexágono} = 4 - 4.\dfrac{x^2}{2} \Rightarrow S_{hexágono} = 4 - 4.\dfrac{(2-\sqrt{2})^2}{2} \Rightarrow S_{hexágono} = 4 - 2.(4 - 4\sqrt{2} + 2) \Rightarrow$
$S_{hexágono} = 4 - 8 + 8\sqrt{2} - 4 \Rightarrow S_{hexágono} = 8\sqrt{2} - 8 \Rightarrow S_{hexágono} = 8(\sqrt{2} - 1) \Rightarrow S_{hexágono} = 8(1{,}41 - 1) \Rightarrow$
$S_{hexágono} = 8(0{,}41) \Rightarrow S_{hexágono} = 3{,}28$.

RESPOSTA: Alternativa E.

Questão 03. (UEFS 2015.1)

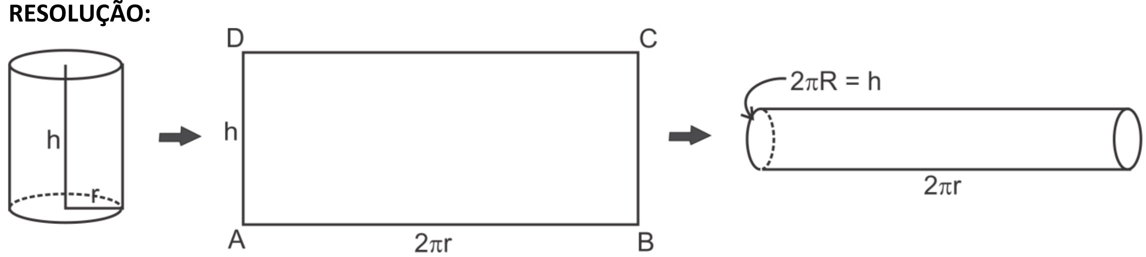
A planificação da superfície lateral de um cilindro circular reto de altura h e raio r gera a região retangular ABCD, conforme é ilustrada na figura. Supondo-se que essa região seja utilizada para construir um novo cilindro, cuja altura é a medida do segmento AB, sem haver sobreposição.



Considerando-se que, h, r e V (volume do novo cilindro) medem 5 cm, 2 cm e x cm^3, respectivamente, pode-se afirmar que o valor de x é

A) 100 B) 75 C) 50 D) 25 E) 15

RESOLUÇÃO:



Na construção do novo cilindro não houve superposição, logo seus volumes são iguais.

Representando por R = 2cm, o raio do novo cilindro, $2\pi R = h \Rightarrow R = \dfrac{h}{2\pi} \Rightarrow \dfrac{h}{2\pi} = 2 \Rightarrow h = 4\pi$.

$2\pi r$ é a medida da altura do novo cilindro $\Rightarrow 2\pi r = 5 \Rightarrow r = \dfrac{5}{2\pi}$.

O volume do cilindro é: $\left(\dfrac{5}{2\pi}\right)^2 \times 4\pi \times \pi = x \Rightarrow x = \dfrac{25}{4\pi^2} \times 4\pi^2 \Rightarrow x = 25$

RESPOSTA: Alternativa D.

Questão 04.

Uma empresa fabrica copos plásticos para refrigerante e café. Os copos têm a forma de tronco de cone e são semelhantes. O copo de refrigerante mede 10 cm de altura e tem capacidade para 500 ml. Sabendo-se que o copo de café tem 4 cm de altura, determine a sua capacidade em mililitros.

A) 25 B) 32 C) 50 D) 80 E) 200

RESOLUÇÃO:

Em dois sólidos semelhantes a razão entre dois segmentos correspondentes:

$\frac{h}{H} = \frac{l_1}{L_1} = \frac{l_2}{L_2} = ... = k$ (razão de semelhança) $\Rightarrow \frac{v}{V} = k^3$

Assim : $\left(\frac{10}{4}\right)^3 = \frac{500}{x} \Rightarrow \frac{1000}{64} = \frac{500}{x} \Rightarrow \frac{2}{64} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 32$

RESPOSTA: Alternativa B.

Questão 05. (ENEM 2015)

Para resolver o problema de abastecimento de água foi decidida, numa reunião do condomínio, a construção de uma nova cisterna. A cisterna atual tem formato cilíndrico, com 3 m de altura e 2 m de diâmetro, e estimou-se que a nova cisterna deverá comportar 81 m^3 de água, mantendo o formato cilíndrico e a altura da atual. Após a inauguração da nova cisterna a antiga será desativada. Utilize 3,0 como aproximação para n.

Qual deve ser o aumento, em metros, no raio da cisterna para atingir o volume desejado?

A) 0,5 B) 1,0 C) 2,0 D) 3,5 E) 8,0

RESOLUÇÃO:

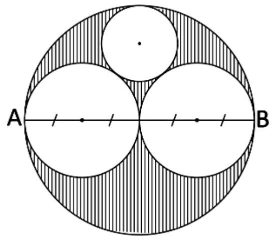
Volume da cisterna atual: $\pi.1^2.3m^3 = 3m^3.3 = 9m^3$.

Volume da nova cisterna: $\pi.r^2.3m^3 = 9r^2m^3 = 81m^3 \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = 3$.

Aumento de 3m – 1m = 2m no raio.

RESPOSTA: Alternativa C.

Questão 06.



Na figura ao lado, $\overline{AB}$ é o diâmetro da circunferência maior e as quatro circunferências são todas tangentes entre si. Sabendo que o diâmetro da circunferência menor mede 20 cm, determine, entre os valores abaixo, o que mais se aproxima da área hachurada.

A) 1000 cm^2

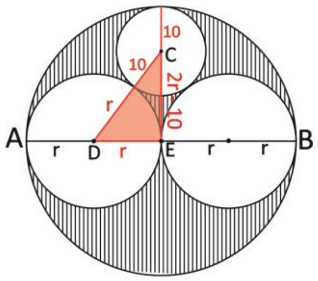
B) 1100 cm^2

C) 1200 cm^2

D) 1300 cm^2

E) 1400 cm^2

RESOLUÇÃO:



Para determinação da área S, pedida inicialmente, tem-se que determinar o valor de r.
Pelos dados da questão o raio AE da circunferência maior é igual a 2r.
Ligando-se os centros das três circunferências interiores, determina-se o triângulo retângulo CDE cujos lados CE, DE e CD, medem, respectivamente, 2r – 10, r e r + 10.
Pelo Teorema de Pitágoras:

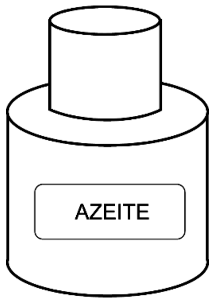
$$(r+10)^2=(2r-10)^2+r^2 \Rightarrow r^2+20r+100=4r^2-40r+100+r^2$$

$$4r^2-60r=0 \Rightarrow 4r(r-15)=0 \Rightarrow r=15 \Rightarrow AE=30.$$

Então, S = $\pi.(2r)^2-(2.\pi.r^2+\pi.10^2) \Rightarrow$ S = $\pi.(30)^2-(2.\pi.15^2+\pi.10^2) \Rightarrow$ S = $900\pi.-(450\pi+100\pi) \Rightarrow$
S = $350\pi \Rightarrow$ S = $350.3{,}14 \Rightarrow$ S = $350.3{,}14 \Rightarrow$ S = 1 099
Fazendo o arredondamento, S = 1 100.

RESPOSTA: Alternativa B.

Questão 07.



Na dispensa de uma escola, encontra-se um recipiente com azeite, cheio completamente, no formato de um prisma reto retangular, de altura 12 cm, e arestas de base medindo 8 cm e 6 cm. Sabe-se que todo o azeite contido nesse recipiente é colocado em uma lata decorativa composta por dois cilindros acoplados e interligados, conforme a ilustração, e que, o cilindro inferior com 10 cm de altura e raio de base igual a 4 cm, ficou completamente cheio de azeite.

Admitindo-se π= 3 e o comprimento da circunferência da base menor igual a 4 cm, é correto afirmar que a altura, em cm, alcançada pelo azeite no cilindro superior é de

A) 6

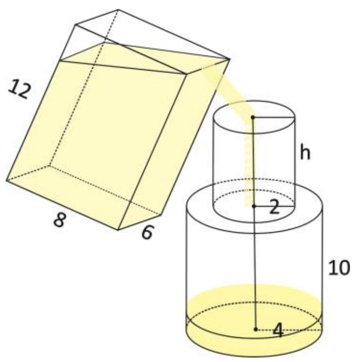
B) 8

C) 9

D) 10

E) 12

RESOLUÇÃO:



Volume do paralelepípedo: (12 × 8 × 6) cm^3 = 576 cm^3.
Volume do cilindro maior: ($\pi.4^2.10$) cm^3 = (3.16.10) cm^3 = 480 cm^3.
Volume do cilindro menor: ($\pi.2^2.h$) cm^3 = (3.4.h) cm^3 = 12h cm^3.
Pela figura: 12h + 480 = 576 $\Rightarrow$ 12h = 96 $\Rightarrow$ h = 8

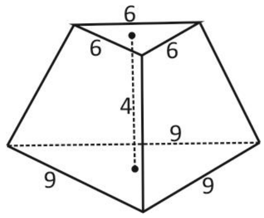
RESPOSTA: Alternativa B.

Questão 08.

O volume de um tronco de pirâmide regular cujas bases são triângulos equiláteros de lados 9 dm e 6 dm e cuja altura mede 4 dm é:

A) $24\sqrt{3}$ dm³. B) $19\sqrt{3}$ dm³. C) $43\sqrt{3}$ dm³. D) $57\sqrt{3}$ dm³. E) $81\sqrt{3}$ dm³.

RESOLUÇÃO:



$A_B = \frac{9^2\sqrt{3}}{4} = \frac{81\sqrt{3}}{4}$.

$A_b = \frac{6^2\sqrt{3}}{4} = \frac{36\sqrt{3}}{4}$

Fórmula do volume de um tronco de pirâmide: V = $\frac{h}{3}\left(A_B + A_b + \sqrt{A_B . A_b}\right)$.

Volume pedido: V = $\frac{4}{3}\left(\frac{81\sqrt{3}}{4} + \frac{36\sqrt{3}}{4} + \sqrt{\frac{81\sqrt{3}}{4} . \frac{36\sqrt{3}}{4}}\right)$

$$V = \frac{4}{3}\left(\frac{117\sqrt{3}}{4} + \sqrt{\frac{81.36.3}{16}}\right) \Rightarrow V = \frac{4}{3}\left(\frac{117\sqrt{3}}{4} + \frac{54\sqrt{3}}{4}\right) \Rightarrow V = \frac{4}{3}\left(\frac{171\sqrt{3}}{4}\right) \Rightarrow V = \frac{1}{3}\left(171\sqrt{3}\right) \Rightarrow V = 57\sqrt{3}$$

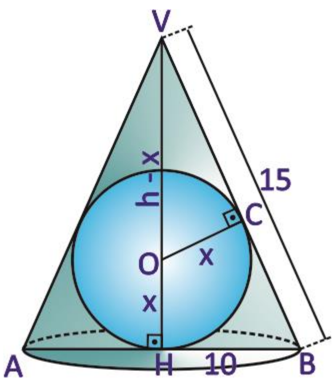
RESPOSTA: Alternativa D.

Questão 09.

Uma esfera cujo raio mede **X cm** está inscrita num cone reto cujo diâmetro da base mede 20 cm e a geratriz 15 cm. Sendo assim é correto afirmar que:

A) **x** é menor que 3
B) **x** é maior que 3 e menor que 3,8
C) **x** é maior que 3,8 e menor que 4,3
D) **x** é maior que 4,3 e menor que 5
E) **x** é maior que 5

RESOLUÇÃO:



A figura ao lado é a representação da situação colocada acima.
Aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo VHB determina-se a altura do cone:
$h^2 = 15^2 - 10^2 \Rightarrow h^2 = 125 \Rightarrow h = 5\sqrt{5}$
Os triângulos retângulos VCO e VBH são semelhantes (têm em comum o ângulo agudo $O\hat{V}C$), logo os lados homólogos são proporcionais:

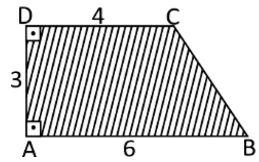
$$\frac{VO}{VB} = \frac{OC}{BH} \Rightarrow \frac{h-x}{15} = \frac{x}{10} \Rightarrow \frac{5\sqrt{5}-x}{15} = \frac{x}{10} \Rightarrow 25x = 50\sqrt{5} \Rightarrow x = 2\sqrt{5} \Rightarrow x \cong 2.2{,}24 = 4{,}48$$

RESPOSTA: Alternativa D.

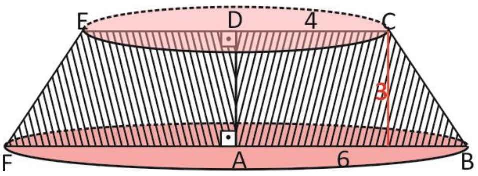
Questão 10.

Calcule o volume do sólido gerado pela revolução completa do trapézio ABCD, em torno do lado $\overline{AD}$.

A) 70 π u.v.
B) 76 π u.v.
C) 82 π u.v.
D) 88 π u.v.
E) NRA



RESOLUÇÃO:



A revolução completa do trapézio ABCD, em torno do lado $\overline{AD}$ gera um tronco de cone de altura 3, raio da base maior 6 e raio da base menor igual a 4.

A fórmula do volume do tronco de cone é: V = $\frac{\pi h}{3}\left(R_B{}^2 + R_b{}^2 + R_B.R_b\right)$

O volume pedido é: V = $\frac{3\pi}{3}(36+16+24) \Rightarrow$ V = 76π

RESPOSTA: Alternativa B.

Questão 11.

Aconteceu um acidente: a chuva molhou o papel onde o apaixonado Catatau marcou o telefone de Gertrudes, sua paquerinha do carnaval, e apagou os três últimos algarismos. Restaram apenas os dígitos 58347. Observador, Catatau lembrou que o número do telefone da amada era um número par, não divisível por 5 e que não havia algarismos repetidos. Apaixonado, resolveu testar todas as combinações numéricas possíveis. Mas como ele é muito azarado, quando restava apenas uma possibilidade, se esgotaram os créditos do seu telefone celular. Até então, Catatau havia feito:

A) 23 ligações B) 59 ligações C) 39 ligações D) 35 ligações E) 29 ligações

RESOLUÇÃO:

		C	D	U
1.	58347	4 opções (0, 1, 6 ou 9). – Escolhido o 9.	3 opções (0, 1 ou 6). – Escolhido o 9.	2
2.	58347	4 opções (0, 1, 2 ou 9). – Escolhido o 9.	3 opções (0, 1 ou 2). – Escolhido o 9.	6

O total de combinações numéricas possíveis: 2 . 4 . 3 = 24.
Sendo Catatau muito azarado, quando restava apenas uma possibilidade, se esgotaram os créditos do seu telefone celular, logo, até então, havia feito: 24 – 1 =23 ligações.

RESPOSTA: Alternativa A.

Questão 12.

Ao refazer seu calendário escolar para o segundo semestre, uma escola decidiu repor algumas aulas em exatamente 4 dos 9 sábados disponíveis nos meses de outubro e novembro de 2009, com a condição de que não fossem utilizados 4 sábados consecutivos.

Para atender às condições de reposição das aulas, o número total de conjuntos distintos que podem ser formados contendo 4 sábados é de:

A) 80. B) 96. C) 120. D) 126.

RESOLUÇÃO:

A combinação dos 9 sábados 4 a 4 dá um número de possibilidades igual a:

$C_{9,4} = \dfrac{9\times8\times7\times6}{4\times3\times2\times1} = 126$, incluindo as possibilidades com quatro sábados consecutivos.

As possibilidades com quatro sábados consecutivos são:

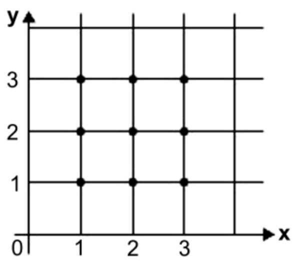
$S_1S_2S_3S_4,\ S_2S_3S_4S_5,\ S_3S_4S_5S_6,\ S_4S_5S_6S_7,\ S_5S_6S_7S_8$ e $S_6S_7S_8S_9$, portanto 6 possibilidades.

Logo o número total de conjuntos distintos que podem ser formados contendo 4 sábados não consecutivos é de: 126 – 6 = 120.

RESPOSTA: Alternativa C.

Questão 13.

Sorteados ao acaso 3 dentre os 9 pontos marcados no plano cartesiano indicado na figura, a probabilidade de que eles estejam sobre uma mesma reta é



A) $\dfrac{1}{21}$.

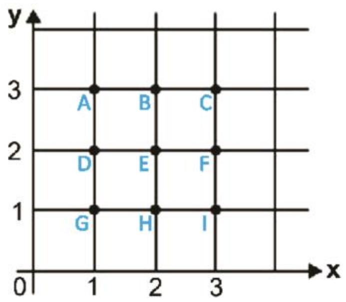
B) $\dfrac{1}{14}$.

C) $\dfrac{2}{21}$.

D) $\dfrac{1}{7}$.

E) $\dfrac{2}{7}$.

RESOLUÇÃO:



O número de combinações possíveis do agrupamento de nove pontos tomados três a três é: $C_{9,3} = \dfrac{9.8.7}{3.2.1} = 84$

Nas mesmas linhas tem-se as seguintes combinações de três pontos:

(A, E, I), (C, E, G), (A, B, C), (D, E, F), (G, H, I), (A, D, G), (B, E. H) e (C,F,I).

Ao todo 8 combinações.

A probabilidade de que os três pontos escolhidos estejam sobre uma mesma reta é $\dfrac{8}{84} = \dfrac{2}{21}$

RESPOSTA: Alternativa C.

Questão 14.

Considere uma avaliação com 10 questões objetivas, e 5 alternativas em cada, sendo apenas uma correta. Cada questão vale um ponto. Se um aluno responder, aleatoriamente, essas 10 questões, qual a probabilidade dele obter nota 2, que representa a nota mais provável?

A) $(0,2)^2$ B) $(0,8)^2$ C) $(0,2)^2(0,8)^8$ D) $10\cdot(0,2)^2(0,8)^8$ E) $45\cdot(0,2)^2(0,8)^8$

RESOLUÇÃO:

Para obter nota 2 o aluno deve acertar apenas duas das dez questões.

O número total de modos diferentes desse aluno acertar duas entre as dez questões é: $C_{10,2} = \dfrac{10.9}{2.1} = 45$.

Em cada questão a sua chance de acerto é 20% e a de erro é 80%, considerando que ele responderá as 10 questões aleatoriamente.

Se acertou 2 questões e errou 8, a probabilidade dele obter nota 2, é: $45\times(0,2)^2\times(0,8)^8$.

RESPOSTA: Alternativa E.

Questão 15.

Se considerarmos todos os anagramas formados com as letras da palavra ANCHIETA, podemos afirmar que x deles possuem as consoantes em ordem alfabética, independente delas estarem juntas ou não. A soma dos algarismos que formam o número x é igual a

A) 9 B)10 C) 11 D) 12 E) 15

RESOLUÇÃO:

A palavra ANCHIETA tem 8 letras sendo que a letra A aparece duas vezes.

Então, o total n, de anagramas com as letras dessa palavra, é determinado por uma permutação com elementos repetidos: $n=\frac{8!}{2!}=\frac{40320}{2}=20160$.

O número total de sequências possíveis, independente de estarem juntas ou não, formadas com todas as letras do grupo NCHT é 4!=24, sendo que apenas uma dessas sequências tem as consoantes em ordem alfabética. Para determinar o número de elementos de cada uma dessas sequências é só dividir 20160 por 24, dando 840 anagramas com as consoantes em ordem alfabética.

Desta forma, a soma dos algarismos fica 12.

RESPOSTA: Alternativa D.